Concours GE2I/GMEC session 2013

Composition : <u>Sciences industrielles</u>

Durée : 3 Heures

Le problème porte sur l'analyse d'un système ressort – amortisseur, équipant chaque roue d'un véhicule expérimental et assurant sa suspension.

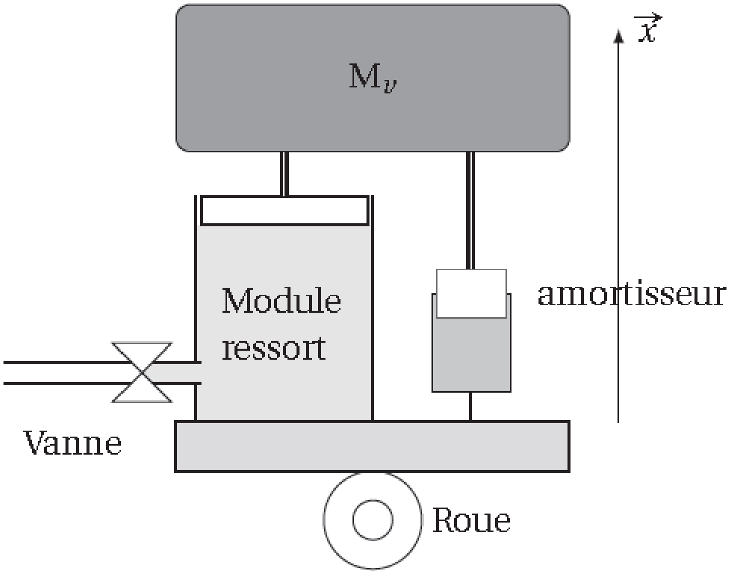


FIGURE 7.32 – Modèle de suspension

La liaison élastique entre une roue et la caisse (fonction ressort) est obtenue par compression d'air dans un module de volume variable. C'est une électrovanne, commandée par un système électronique analogique, qui injecte plus ou moins d'air dans ce module et en fait varier le volume. Cette variation de volume entraîne une variation de la hauteur de caisse au niveau de la roue. Cette hauteur peut être asservie à une consigne.Ce module ressort est associé à un amortisseur classique.

Ce module ressort est associé à un amortisseur classique.

On se limite à l'étude de la suspension d'une seule roue, supportant une masse fictive égale à une fraction de la masse totale du véhicule.

A. Modélisation du ressort

Un piston de section S comprime de l'air dans un cylindre. On note H la hauteur variable du volume d'air. Cet air est assimilé à un gaz parfait. Sa pression P, son volume V et sa masse M_g satisfont, pour une température T que l'on supposera constante, à l'équation :

$$P \cdot V = b_0 \cdot M_g.$$

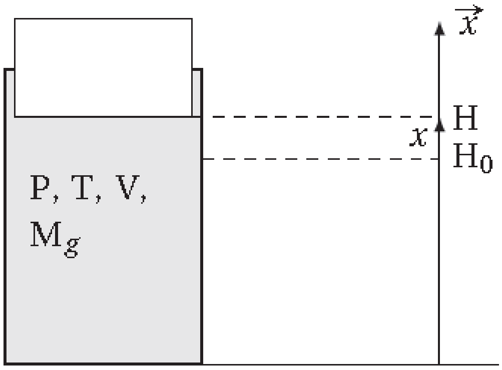


FIGURE 7.33 – Modèle du ressort

Dans cette expression b_0 est un coefficient numérique de valeur $b_0 = 84$, lorsque M_g est exprimé en grammes et les autres grandeurs en unités du Système International.

Q1. Exprimer en fonction de H et M_g l'intensité de la force F exercée par l'air comprimé sur la face inférieure du piston.

Afin de rendre les équations linéaires, on ne considérera dans tout le problème que de petites variations des variables H et M_g autour de leurs valeurs moyennes respectives H_0 et M_{g0}.

On pose $H = H_0 + x$ et $M_g = M_{g0} + m$.

Sachant que la fonction $F(H, M_g)$, admet comme développement limité au premier ordre :

$$F(H, M_g) = F(H_0, M_{g0}) + \left[\frac{\partial F}{\partial H}\right]_{\substack{M_g = M_{g0} \\ H = H_0}} \cdot (H - H_0) + \left[\frac{\partial F}{\partial M_g}\right]_{\substack{M_g = M_{g0} \\ H = H_0}} \cdot (M_g - M_{g0})$$

Q2. Montrez que l'on peut écrire F sous la forme

$$F = F_0 + b_1 \cdot m - b_2 \cdot x.$$

Q3. Application numérique : $M_0 = 14{,}3\,\mathrm{g}$ et $H_0 = 25\,\mathrm{cm}$.

B. Étude dynamique du système : masse, ressort, amortisseur

M_v représente la fraction de la masse du véhicule rapportée à une roue. La masse du piston et celle de l'amortisseur sont négligeable devant M_v.

L'amortisseur introduit une force de frottement visqueux dont la projection sur $\vec{x}$ a pour mesure algébrique :

$$f = \lambda \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{dt}}.$$

On note P_a la pression atmosphérique qui exerce une force F_1 sur la partie supérieure du piston. On admettra que l'aire de la surface utile de la partie supérieure du piston est égale à la surface intérieure S.

$P_a = 10 \times 10^5$ Pa, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, $S = 2{,}8 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^2}$, $\lambda = 7 \times 10^3\,\mathrm{N\,s}$.

Q4. En appliquant le théorème de la résultante dynamique à la partie mobile en projection sur $\vec{x}$ écrire l'équation différentielle du mouvement de cette partie mobile.

Q5. Écrire l'équation à l'équilibre, En déduire que $M_v = 200\,\mathrm{kg}$.

Q6. En déduire que l'équation reliant $x(t)$ et $m(t)$ s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{dt}^2} + 35 \cdot \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{dt}} + 96 \cdot x = 1{,}68 \cdot m.$$

C. Étude de l'asservissement analogique de la position de la caisse

La masse M_g de gaz enfermé dans le cylindre peut varier autour de M_{g0} grâce à une électrovanne qui peut soit introduire de l'air soit en retirer.

Un capteur fournissant à chaque instant la valeur de la position $x(t)$, celle-ci est comparée à une consigne $c(t)$. L'électrovanne ajuste alors la masse m de façon à ce que même en présence de perturbations, x diffère le moins possible de c.

C.1. Modélisation du système masse ressort + amortisseur

Le système masse ressort amortisseur étudié au-dessus est un système dont la grandeur d'entrée est $m = M_g - M_{g0}$, la grandeur de sortie est $x = H - H_0$.

On note $M(p)$ la transformée de Laplace de $m(t)$ et $X(p)$ la transformée de $x(t)$.

$$\xrightarrow{M(p)} \boxed{H(p)} \xrightarrow{X(p)}$$

Q7. Établir la fonction de transfert $T_1(p) = \dfrac{X(p)}{M(p)}$ du système masse ressort amortisseur.

Q8. Montrer que cette fonction de transfert peut ce mettre sous la forme :

$$T_1(p) = \frac{k_1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_2}\right)}.$$

Déterminer les différents coefficients.

Q9. Donner l'allure du diagramme de Bode pour le module de $T_1(j \cdot \omega)$.

Le domaine de fréquence que l'asservissement doit traiter ($f < 5\,\mathrm{Hz}$) ainsi que l'étude de la stabilité du montage montrent que l'on peut prendre pour $T_1(p)$ une expression approchée qui est celle d'un premier ordre

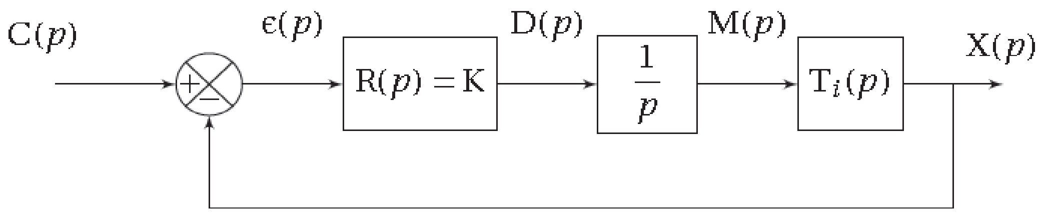
$$T_i(p) = \frac{5{,}25 \cdot 10^{-2}}{p + 3}.$$

Q10. Tracer cette fonction sur le diagramme précédent, que pensez-vous de cette modélisation.

Cette expression sera utilisée dans toute la suite du problème.

C.2. Étude du système asservi

Le système asservi de correction d'assiette comportant dans sa chaîne directe l'électrovanne et le système précédent peut être décrit par le schéma fonctionnel ci-dessous.



Le débit massique d'air de l'électrovanne, $d(t)$, est proportionnel au signal d'erreur $\epsilon(t)$: $d(t) = \mathrm{K}\cdot\epsilon(t)$.

La masse d'air $m(t)$ et le débit $d(t)$ sont reliés par la relation : $d(t) = \frac{\mathrm{d}(}{\mathrm{dt}} m(t))$.

Q11. Écrire la fonction de transfert en boucle ouverte $\mathrm{T}_2(p) = \frac{\mathrm{X}(p)}{\epsilon(p)}$ puis la fonction de transfert en boucle fermée $\mathrm{F}_2(p) = \frac{\mathrm{X}(p)}{\mathrm{C}(p)}$ sous la forme :

$$\mathrm{F}_2(p) = \frac{\mathrm{K}_f}{1 + 2\cdot z\frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}.$$

Q12. Calculer ω_0 et K pour que le coefficient d'amortissement z soit égal à 0,5.

Pour la suite du problème on prendra :

$$\mathrm{T}_2(p) = \frac{9}{p\cdot(p+3)}.$$

Q13. Préciser par la méthode de votre choix si le système est stable.

On suppose pour la suite que le système est stable.

On soumet le système à une entrée échelon $c(t) = c_0 \cdot u(t)$ avec $u(t)$ fonction de Heaviside.

Q14. Montrer que l'erreur de position ϵ_s est nulle.

On soumet maintenant le système à une entrée de type rampe $c(t) = c_0 \cdot t \cdot u(t)$.

Q15. Déterminer l'erreur de traînage ϵ_t.

Q16. Que proposez-vous pour réduire cette erreur ?

On souhaite diviser par dix l'erreur de traînage, pour cela on choisit un correcteur à retard de phase

$$\mathrm{R}(p) = \mathrm{K}_r \frac{1 + \mathrm{T}_r\cdot p}{1 + 10\cdot\mathrm{T}_r\cdot p}$$

avec $T_r = \frac{10}{3}$.

Q17. Déterminer K_r pour obtenir l'erreur de traînage souhaitée.

Q18. Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO corrigée et de la FTBO non corrigée.

Q19. Tracer les diagrammes de Black correspondant.

Q20. Conclure sur l'intérêt de ce correcteur.